

# POČÍTAČOVÁ FORMALIZACE MENTÁLNÍCH MODELŮ METODAMI PRAVDĚPODOBNOSTNÍHO JAZYKOVÉHO MODELOVÁNÍ

ON MENTAL MODELS FORMALIZATION THROUGH THE METHODS OF PROBABILISTIC LINGUISTIC MODELLING

**Zdeňka Krišová, Miroslav Pokorný**

Moravská vysoká škola Olomouc, o.p.s., Ústav informatiky,  
zdenka.krisova@mvso.cz, miroslav.pokorny@mvso.cz

## **Abstrakt:**

Báze znalostí expertních systémů jsou tvořeny soustavou podmíněných JESTLIŽE-PAK pravidel. V příspěvku jsou popsány přístupy, které pro formalizaci neurčitosti pravidel využívají pravděpodobnostní principy – míry důvěry, míry nedůvěry a činitelé jistoty. Je vysvětlena a popsána inferenční metoda typu MYCIN a jsou uvedeny dva ilustrační příklady řešení rozhodovacích úloh z problémové oblasti ekonomiky.

## **Abstract:**

Knowledge bases of expert systems have form of conditional IF-THEN rules. The paper describes approaches for the formalization of rules uncertainty using probabilistic approaches, namely the measures of belief, measures of disbelief and certain factors respectively. The inference method of MYCIN type are explained and two illustrative examples of solving decision tasks from the problem areas of the economy are introduced.

## **Klíčová slova:**

expertní systém, báze znalostí, inferenční síť, subjektivní pravděpodobnost, míra důvěry, míra nedůvěry, činitel jistoty

## **Key words:**

expert system, knowledge base, inference mechanism, subjective probability, measure of belief, measure of disbelief, certainty factor

**JEL: C51, C63**

## **Úvod**

Mentální mozkové modely expertů jsou programově reprezentovány nejčastěji pomocí jazykových konstrukcí, které jsou schopny efektivně formalizovat jejich odborné znalosti. Jazykové konstrukce jsou základem jazykových modelů expertních systémů, v nichž představují tzv. báze znalostí. Báze znalostí jsou tvořeny soustavou podmíněných JESTLIŽE-PAK pravidel. Základní principy expertních systémů, využívajících pravidlových jazykových modelů, byly již v časopisu EMI vysvětleny v příspěvku<sup>29</sup>. Pozornost byla přitom soustředěna na metody, které pro vyjádření neurčitosti podmíněných pravidel využívají principy fuzzy množinové matematiky a fuzzy logiky. V tomto příspěvku budou popsány přístupy, které pro formalizaci neurčitosti pravidel využívají principy pravděpodobnostní.

---

<sup>29</sup> POKORNÝ, M., LAVRINČÍK, J., DOSTÁL, J. *Počítačová formalizace mentálních modelů metodami jazykového fuzzy modelování*. EMI 3/2010, MVŠO Olomouc, str. 17-29, ISSN 804-1299.

## 1 Pravděpodobnostní expertní systém

Každé pravidlo jazykového modelu (báze znalostí) má část podmínkovou (antecedent, evidenci), která obsahuje předpoklady (fakta). Druhou částí je část důsledková (konsekvent), která je k uvedeným předpokladům přiřazena jako jejich důsledek (závěr, hypotéza).

$$IF(E)THEN(H) \quad (1)$$

Nad bázemi znalostí operují inferenční (vyvozovací) mechanismy, které na základě údajů o konkrétním případě hledají jeho konkrétní řešení<sup>30</sup>.

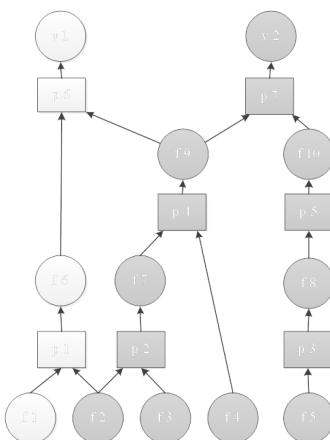
V rámci pojednání o inferenčních mechanismech pravděpodobnostních expertních systémů je nezbytné pojednat o základní strategii práce takových mechanismů.

Inferenční mechanismy pracují v jednotlivých krocích inference, které na sebe navazují. Posloupanost inferencí se nazývá řetězec.

Uvažujme situaci, kdy existuje skupina faktů, z nichž plynou určité závěry (hypotézy). Cílem expertního systému je pak nalezení té z hypotéz, která nejlépe koresponduje s daty ke konkrétnímu případu. Při postupu směřujícím k dosažení svého cíle může inferenční mechanismus použít dvě různé strategie, a to strategii dopředného řetězení nebo strategii zpětného řetězení.

V případě strategie dopředného (přímého) řetězení je proces inference řízen směrem od faktů k závěrům. Dopředné řetězení je určeno především k řešení problémů plánování, monitorování a řízení. Při něm se z faktů přítomnosti odvozují fakta budoucnosti. Jinými slovy - postupuje se od předcházejícího k následnému. Inference dopředného řetězení je proces řízený daty a postupuje „zdola nahoru“ – usuzování probíhá od faktů směrem k řešení. Příkladem dopředného řetězení je inference se sedmi pravidly, uvedená na Obrázku 1.

Obrázek 1: Strategie dopředného řetězení



<sup>30</sup> MAŘÍK, V.a KOL. *Umělá inteligence (2)*, ACADEMIA Praha, 1997, ISBN 80-200-0504-8.

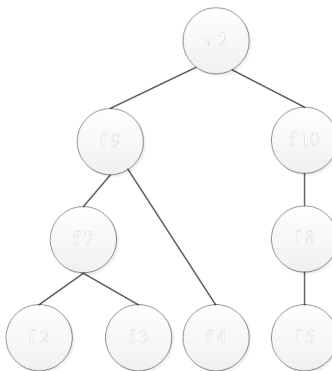
Příslušná báze znalostí je tedy složena z těchto pravidel:

*pravidlo\_1:* JESTLIŽE *fakt\_1* A *fakt\_2* PAK *fakt\_6*  
*pravidlo\_2:* JESTLIŽE *fakt\_2* A *fakt\_3* PAK *fakt\_7*  
*pravidlo\_3:* JESTLIŽE *fakt\_5* PAK *fakt\_8*  
*pravidlo\_4:* JESTLIŽE *fakt\_4* A *fakt\_7* PAK *fakt\_9*  
*pravidlo\_5:* JESTLIŽE *fakt\_8* PAK *fakt\_10*  
*pravidlo\_6:* JESTLIŽE *fakt\_6* A *fakt\_9* PAK *hypotéza\_1*  
*pravidlo\_7:* JESTLIŽE *fakt\_9* A *fakt\_10* PAK *hypotéza\_2*

Expertní systém je iniciován fakty *fakt\_2*, *fakt\_3*, *fakt\_4* a *fakt\_5*. Inference probíhá postupným plněním *pravidlo\_2*, *pravidlo\_3*, *pravidlo\_4*, *pravidlo\_5* a *pravidlo\_7*. Systémem jsou vložena nová fakta *fakt\_7*, *fakt\_8*, *fakt\_9* a *fakt\_10*. Výsledkem inference je pak hypotéza *v\_2*.

Strategie zpětného řetězení hledá cestu od hypotéz k faktům. Zpětné řetězení je také nazýváno inferencí „shora dolů“, usuzování probíhá od hypotéz směrem k faktům. Inference zpětným řetězením v expertním systému z předchozího příkladu je znázorněna na Obrázku 2.

Obrázek 2: Strategie zpětného řetězení



Při inicializaci systému se předpokládá hypotéza *v\_2*. Pro potvrzení správnosti výběru této hypotézy musí být splněna fakta *f\_10* a *f\_9*. Pro splnění faktu *f\_9* musí být splněna fakta *f\_7* a *f\_4*. Podobně se postupuje pro další fakta.

Relevantní vlastností expertních systémů je jejich schopnost efektivně využívat neurčitost, kterou jsou lidské znalosti provázány. Formalizace neurčitosti (nejistoty) bývá v expertních systémech vyjadřována dvěma základními způsoby:

- jsou-li k reprezentaci znalostí použity popisy s využitím přirozeného jazyka (formou jazykových podmíněných pravidel), pak je jejich neurčitost dána stupněm vágnosti použitých jazykových termů („velmi vysoký“, „ne zcela přesný“, „přibližně nulový“ apod.). K formalizaci takových vágních slovních pojmů používáme prostředků fuzzy

množinové matematiky, inferenční mechanizmy pak využívají principů fuzzy jazykové logiky. Fuzzy-logickým expertním systémům byl věnován příspěvek<sup>31</sup>.

- v jiném případě to mohou být různé váhy, míry, stupně důvěry, faktory jistoty či jinak nazývané a formulované subjektivní pravděpodobnosti. Tyto numerické parametry jsou přiřazovány k elementům báze znalostí, např. k jednotlivým tvrzením, pravidlům či rámcům. Číselný interval těchto parametrů bývá obvykle  $\langle 0, 1 \rangle$  nebo  $\langle -1, 1 \rangle$ . Takové expertní systémy se nazývají systémy pravděpodobnostními, jimž je tento příspěvek věnován.

#### *Pravděpodobnostní formalizace nejistoty pravidel*

Expertní systém MYCIN<sup>32</sup> je jedním z prvních celosvětově úspěšných expertních systémů, jehož řešení se stalo prototypem pro řešení celé řady dalších úspěšných systémů. V systému MYCIN jsou znalosti vyjádřeny pomocí produkčních pravidel typu

$$\langle \text{antecedent} \rangle \Rightarrow \langle \text{konsekvent} \rangle$$

kteří jsou vyjádřeny symboly podmíněné platnosti hypotézy (důsledku)  $H$  za předpokladu splnění evidence (předpokladu)  $E$

Pravděpodobnostní model (báze znalostí) je tvořen množinou pravidel ve tvaru implikace evidence  $E$  a hypotézy  $H$ <sup>33</sup>

$$E \Rightarrow H \quad (2)$$

přičemž evidence i hypotéza je vyjádřena formou logického tvrzení.

Nejistota pravidla, zde důvěra či nedůvěra v platnost hypotézy (důsledku) při existenci evidence (předpokladu), jsou vyjadřovány dvěma mírami – mírou důvěry  $MB(H,E)$  či mírou nedůvěry  $MD(H,E)$

$$MB(H, E) = \frac{P(H | E) - P(H)}{1 - P(H)} \quad (3)$$

$$MD(H, E) = \frac{P(H) - P(H | E)}{P(H)} \quad (4)$$

kde  $P(H | E)$  je aposteriorní pravděpodobnost platnosti hypotézy  $H$  při vzniku předpokladu  $E$ .

Tuto aposteriorní pravděpodobnost buď určuje expert, nebo ji lze vypočítat na základě výsledku pozorování. Označme náhodný jev reprezentující evidenci  $E$  jako jev  $A$  a náhodný jev reprezentující hypotézu  $H$  jako jev  $B$ . Provedme  $n$ - pokusu a označme  $n(B)$  počet případů, kdy nastal jev  $B$  a  $n(A \text{ i } B)$  počet případů, kdy výskyt jevu  $B$  byl současně provázen jevem  $A$ . Relativní četnost jevu  $A$  podmíněnou jevem  $B$  pak stanovíme podle vztahu<sup>34</sup>

<sup>31</sup> POKORNÝ, M., LAVRINČÍK, J., DOSTÁL, J. *Počítačová formalizace mentálních modelů metodami jazykového fuzzy modelování*. EMI 3/2010, MVŠO Olomouc, str. 17-29, ISSN 804-1299.

<sup>32</sup> MAŘÍK, V.a KOL. *Umělá inteligence (2)*, ACADEMIA Praha, 1997, ISBN 80-200-0504-8.

<sup>33</sup> MAŘÍK, V.a KOL. *Umělá inteligence (2)*, ACADEMIA Praha, 1997, ISBN 80-200-0504-8.

<sup>34</sup> LIKEŠ, J., MACHEK, M. *Počet pravděpodobností*, SNTL Praha, 1987.

$$h(A|B) = \frac{h(A \cap B)/n}{h(B)/n} = \frac{h(A \cap B)}{h(B)} \quad (5)$$

Při rostoucím počtu pokusů  $n$  přechází relativní četnost  $h$  na pravděpodobnost  $P$

$$P(A|B) = \lim_{n \rightarrow \infty} h(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (6)$$

Ve vztazích (3) a (4), které používá model typu EMYCIN [2], může být jako pravděpodobnost  $P(H)$  použita apriorní pravděpodobnost platnosti hypotézy  $H$ , kterou stanoví na základě svých zkušeností expert.

Míry (3) a (4) nabývají hodnot z intervalu  $\langle 0,1 \rangle$ . Pokud je hodnota  $MB(H,E) > 0$ , pak splnění evidence  $E$  vede ke zvýšení důvěry v platnost hypotézy  $H$  (evidence hypotézu podporuje) a hodnota  $MD(H,E)$  je pak identicky nulová. Jestliže  $MD(H,E) > 0$ , pak evidence hypotézu popírá a identicky nulová musí být hodnota  $MB(H,E)$ . Pro každé pravidlo je pak definován činitel jeho jistoty  $CF$  podle vztahu

$$CF = \frac{MB - MD}{1 - \min\{MB, MD\}} \quad (7)$$

Činitel jistoty  $CF$  nabývá hodnot z intervalu  $\langle -1,1 \rangle$ . Důvod vynechání argumentů  $(H,E)$  bude uveden dále.

#### *Inferenční mechanismus pravděpodobnostního expertního systému*

Pokud se (jako v našem případě) vyjadřuje k jedné hypotéze  $n$  evidencí, je třeba určit výslednou míru jistoty hypotézy  $H$  při působení všech  $n$ - evidencí současně.

Budeme-li uvažovat konjunktivní logické spojení pravidel, potom budeme hledat hodnotu  $CF(H,E_1 \& E_2 \& E_3 \& \dots \& E_n)$ . Vztah pro její odvození provedeme postupně.

Vztah pro dvě pravidla s evidencemi  $E_1$  a  $E_2$ , tedy činitel jistoty  $CF(H,E_1 \& E_2)$  má tvar

$$CF(H, E_1 \& E_2) = f(CF(H,E_1), CF(H,E_2)) = f(x,y) \quad (8)$$

kde funkce  $f$  je definována jako

$$f(x,y) = x + y - x \cdot y \quad \text{pro } x,y \geq 0$$

$$f(x,y) = \frac{x + y}{1 - \min\{abs(x), abs(y)\}} \quad \text{jinak.} \quad (9)$$

K takto vypočítané výsledné hodnotě  $CF(H,E_1 \& E_2)$  pak přidáme další evidenci  $E_3$  a hodnotu  $CF(H,E_1 \& E_2 \& E_3)$  vypočítáme opět pomocí vztahu (8). Takto postupujeme až do vyčerpání všech  $n$ - evidencí a stanovení výsledné hodnoty  $CF(H,E_1 \& E_2 \& E_3 \& \dots \& E_n)$ .

Pravidlový model (12) a Obrázek 3 nebo (14) a Obrázek 4, je modelem obecným. Takový obecný model předpokládá stav, kdy evidence  $E$  (tedy předpoklady platnosti) pravidel jsou splněny s jistotou 1 (tedy úplně).

Při praktickém použití modelu však budeme uvažovat situaci, kdy evidence pravidel  $E$  nemusí být splněna s jistotou. Důvěru ve splnění evidence  $E$  - v obecném modelu předpokládanou jako 1 - budeme pak modifikovat na základě konkrétní situace hodnotou  $E'$ , která může nabývat velikosti  $\langle -1, 1 \rangle$  podle našeho odhadu takového skutečného stavu. Takový modifikovaný činitel jistoty každého pravidla označíme jako  $CF(E, E')$ . Simulační výpočet nám pak musí dát odpověď na otázku, jaká bude modifikovaná hodnota činitele jistoty  $CF(H, E_1 \& E_2 \& E_3 \& \dots \& E_n)$  platnosti hypotézy  $H$  v modifikovaných podmínkách, tedy  $CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3 \& \dots \& E'_n)$ ,

Modifikace předem zadaných hodnot  $MB(H, E)$  a  $MD(H, E)$  platných pro  $E=1$  vypočteme pro hodnoty  $E'$  podle vztahů

$$MB(H, E') = MB(H, E) \cdot \max\{0, CF(E, E')\} \quad (10)$$

$$MD(H, E') = MD(H, E) \cdot \max\{0, CF(E, E')\} \quad (11)$$

Pro agregaci pravidel a výpočet  $CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3 \& \dots \& E'_n)$  pak ve vztazích (7) používáme místo hodnot  $MB(H, E)$  a  $MD(H, E)$  hodnot  $MB(H, E')$  a  $MD(H, E')$ . To je také důvod, proč ve formálním vztahu (7) jsou vynechány argumenty.

## 2 Praktické příklady

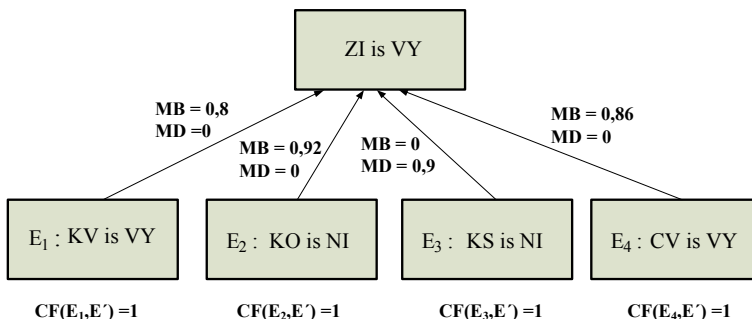
### Příklad 1

Uvažujme jednoduchý obecný model závislosti výše zisku prodejce ZI (hypotéza) na kvalitě výrobku KV (první evidence), konkurenci na trhu KO (druhá evidence), koupěschopnosti zákazníků KS (třetí evidence) a ceny výrobku CV (čtvrtá evidence). Sestavme fragment modelu – několik pravidel, která se vyjadřují k situaci, kdy zisk bude vysoký (VY). Současně uvedeme i symboly přiřazených  $MB$  a  $MD$  jednotlivých pravidel.

$$\begin{aligned} E1 &= \text{IF (KV is VY) THEN (ZI is VY); } MB = 0,8; MD = 0 & (12) \\ E2 &= \text{IF (KO is NI) THEN (ZI is VY); } MB = 0,92; MD = 0 \\ E3 &= \text{IF (KS is NI) THEN (ZI is VY); } MB = 0; MD = 0,9 \\ E4 &= \text{IF (CV is VY) THEN (ZI is VY); } MB = 0,86; MD = 0 \end{aligned}$$

Tento fragment modelu můžeme formalizovat i grafem inferenční sítě - Obrázek 3.

Obrázek 3: Graf inferenční sítě pro obecný model výše zisku



Pro řešení konkrétní situace zadal uživatel tyto aktuální hodnoty

$$\begin{aligned}
 CF(E_1, E'_1) &= 0,7 \\
 CF(E_2, E'_2) &= -0,45 \\
 CF(E_3, E'_3) &= 0,6 \\
 CF(E_4, E'_4) &= 0,65
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Postup výpočtu  $CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3 \& E'_4)$ :

$$\begin{aligned}
 CF(H, E'_1) &= 0,56 \\
 CF(H, E'_1 \& E'_2) &= CF(H, E'_1) = 0,56 \\
 CF(H, E'_3) &= -0,54 \\
 CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3) &= 0,0434 \\
 CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3 \& E'_4) &= 0,578
 \end{aligned}$$

**Závěr:** Z výsledku plyne, že důvěra v platnost hypotézy vzniku vysokého zisku je v případě konkrétní situace (zadané uživatelem pomocí aktuálních faktorů (13)) vyjádřena na intervalu  $<0,1>$  hodnotou 0,578.

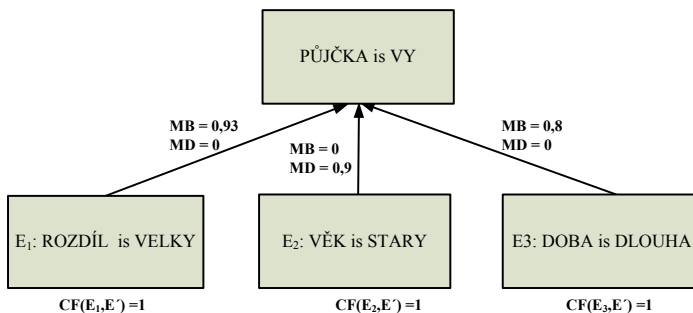
## Příklad 2

Uvažujme jednoduchý obecný model závislosti výše poskytnuté půjčky PŮJČKA (hypotéza) na finančním rozdílu příjmů a výdajů v rodině ROZDÍL (první evidence), věku žadatele půjčky VĚK (druhá evidence) a doby splatnosti půjčky DOBA (třetí evidence). Sestavme fragment modelu – několik pravidel, která se vyjadřují k situaci, kdy PŮJČKA bude vysoká (VY). Současně uvedeme i symboly přiřazených  $MB$  a  $MD$  jednotlivých pravidel.

$$\begin{aligned}
 E1 &= \text{IF (ROZDíl is Velky) THEN (půjčka is VY); } MB = 0,93; MD = 0 \\
 E2 &= \text{IF (Věk is STARÝ) THEN (půjčka is VY); } MB = 0; MD = 0,9 \\
 E3 &= \text{IF (DOBA is DLOUHÁ) THEN (půjčka is VY); } MB = 0,8; MD = 0
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Tento fragment modelu můžeme formalizovat i grafem inferenční sítě - Obrázek. 4.

Obrázek 3: Graf inferenční sítě pro obecný model poskytnuté půjčky



Pro řešení konkrétní situace zadal uživatel tyto aktuální hodnoty

$$\begin{aligned}
 CF(E_1, E') &= 0,8 \\
 CF(E_2, E') &= 0,6 \\
 CF(E_3, E') &= 0,9 \\
 CF(E_4, E') &= 0,65
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Postup výpočtu  $CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3)$ :

$$\begin{aligned}
 CF(H, E'_1) &= 0,744 \\
 CF(H, E'_2) &= -0,54 \\
 CF(H, E'_1 \& E'_2) &= 0,443 \\
 CF(H, E'_3) &= 0,72 \\
 CF(H, E'_1 \& E'_2 \& E'_3) &= 0,84
 \end{aligned}$$

**Závěr:** Z výsledku plyne, že důvěra v platnost hypotézy přiznání vysoké půjčky je v případě konkrétní situace (zadané uživatelem pomocí aktuálních faktorů (15)) vyjádřena na intervalu  $\langle 0,1 \rangle$  hodnotou 0,84.

### 3 Diskuze

Pravděpodobnostní expertní diagnostické systémy jsou významným nástrojem pro podporu rozhodování a řešení problémů v podmínkách neurčitosti. Jejich jádrem je báze znalostí ve formě množiny podmíněných IF-THEN pravidel. Přípustná řešení problému jsou v pravidlech deklarována formou hypotéz, jejichž platnost je vymezena podmínkou splnění předpokladů. Subjektivním zadáním míry splnění předpokladů definuje uživatel zadání pro daný konkrétní případ. Řešením je doporučení systému ve formě ohodnoceného seznamu všech hypotéz, z nichž uživatel pak může zvolit řešení (hypotézu) s nejvyšším stupněm ohodnocení. Funkce systému byla prezentována dvěma demonstračními příklady.



### *Poděkování*

Tento příspěvek vznikl s finanční podporou a v rámci řešení projektu GAČR P403/12/1811: Vývoj nekonvenčních metod manažerského rozhodování v podnikové ekonomii a veřejné ekonomice.

### **Literatura**

- [1] POKORNÝ, M., LAVRINČÍK, J., DOSTÁL, J. Počítačová formalizace mentálních modelů metodami jazykového fuzzy modelování. EMI 3/2010, MVŠO Olomouc, str. 17-29, ISSN 804-1299.
- [2] MAŘÍK, V. a KOL. *Umělá inteligence (2)*, ACADEMIA Praha, 1997, ISBN 80-200-0504-8.
- [3] LIKEŠ, J., MACHEK, M. *Počet pravděpodobností*, SNTL Praha, 1987.