FUZZY STOCHASTICKÁ ANALÝZA SLOŽITÝCH SOUSTAV ČÁST II – CHARAKTERISTIKY FUZZY NÁHODNÉ VELIČINY

FUZZY STOCHASTIC ANALYSIS OF COMPLEX SYSTEMS PART II – CHARACTERISTICS OF FUZZY RANDOM VARIABLE

Miroslav Pokorný
Moravská vysoká škola Olomouc, Ústav informatiky a aplikované matematiky
miroslav.pokorny@mvso.cz

Vratislava Mošová
Moravská vysoká škola Olomouc, Ústav informatiky a aplikované matematiky
vratislava.mosova@mvso.cz

Zdeňka Krišová
Moravská vysoká škola Olomouc, Ústav informatiky a aplikované matematiky
zdenka.krisova@mvso.cz

Abstrakt:
Vlastnosti výběrových souborů náhodných veličin často nesplňují podmínky statistické korektnosti. V takových případech definujeme fuzzy náhodnou veličinu jako náhodnou veličinu, která byla měřena za neurčitých podmínek, tj. pokud nebylo uskutečněno pozorování s exaktně definovanými podmínkami experimentů. Pro odhady charakteristik takových fuzzy náhodných veličin lze použít statistických metod, které jsou ale rozšířeny zahrnutím neurčitosti (fuzzitivnosti) náhodných dat. Příspěvek obsahuje problematiku stanovení jejich funkčních i číselných fuzzy charakteristik fuzzy náhodných veličin a uvádí numerický příklad.

Klíčová slova:
Stochastičnost, fuzzitivita, fuzzy množina, fuzzy-náhodná veličina, funkční charakteristiky, číselné charakteristiky.

Abstract:
In practice it is necessary to consider the radom variables, which are affected by vague influences. In this cases it is necessary to define the fuzzy random variable. Fuzzy random variable can be regarded as a random variable, which was measured under uncertain condition or if it was not obtain under exactly defined experimental conditions. To estimate such fuzzy random variables the statistical methods can be applied but extended by the fuzzitivenes of the random data. The paper presents the problems of functional and numerical fuzzy stochastics characteristics determining. The numerical example is included as well.

Keywords:
Stochasticity, fuzzitivity, fuzzy set, fuzzy-stochastic value, functional characteristics, nmerica characteristics.

JEL: C51

1 Úvod

Souborně můžeme říci, že existence fuzzy stochastičnosti může být opodstatněna v praktických případech, kdy rozsah výběrových souborů je malý s absencí dodatečných apriorních informací o statistických vlastnostech měřené veličiny, statistická data mají vlastnost fuzzitivity, tj. mají pochybnou přesnost nebo data byla získána v neurčitých, nedefinovaných nebo nereprodukovaných podmínkách [1][3], [2[4]]. Výběrový soubor pak reprezentuje fuzzy náhodnou veličinu jako náhodnou veličinu, která je nositelem doplňkové neurčitosti – fuzzitivity [3][5], [4][6].

Uvažujme prostor Ω náhodných jevů ω (pozorování). Označme fuzzy realizací jednorozměrné fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$ jako $\tilde{x}(\omega)$, $\omega \in \Omega$. Každé fuzzy číslo $\tilde{x}$ je definováno jako konvexní normální fuzzy množina [4]

$$\tilde{x} = \{x; \mu_{\tilde{x}}(x) \mid x \in X\}$$

kde funkce příslušnosti $\mu_{\tilde{x}}(x)$ je funkce příslušnosti fuzzy čísla $\tilde{x}$ alespoň po částech spojitá. Fuzzy náhodná veličina $\tilde{X}$ je pak definována jako fuzzy výsledek neurčitého mapování

$$\tilde{X} : \Omega \rightarrow F(R^n)$$

kde $F(R^n)$ je množina všech (normálních) fuzzy čísel v R^n. Prakticky je pak fuzzy náhodná veličina popsána svými fuzzy číselnými parametry, které jsou identifikovány jako neurčitá fuzzy čísla a neurčitými fuzzy funkčními charakteristikami, které zahrnují neurčité pásmo. Jejich teoretický popis obsahuje příspěvek [5][7], [6][8], [7][9].

2 Charakteristiky fuzzy náhodné veličiny

2.1 Definice číselných parametrů fuzzy náhodné veličiny

Typ rozložení hustoty pravděpodobnosti a parametry fuzzy náhodné veličiny musí být stanoveny na základě analýzy výběrového souboru fuzzy náhodné veličiny $\underline{\tilde{X}}$. V dalším textu budeme uvažovat jednorozměrnou fuzzy náhodnou veličinu $\tilde{X}$. Uveďme vztahy pro parametry (momenty) její funkce rozložení hustoty pravděpodobnosti.

Vztah pro fuzzy střední hodnotu fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$ definujeme ve tvaru

$$\tilde{m}_x = E\tilde{X} = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} x.\tilde{f}(x)dx$$

---

[3] [1] BUDÍKOVÁ,M. *Průvodce základními statistickými metodami.* GRADA Publishing, a.s. 2010. ISBN:978-80-247-3243-5

[4] [2] SIEGEL, A. *Practical Business Statistics*, 2011, ISBN: 9780123852083,

[5] [3] CELIKZILMAZ, A., TURKSEN,B. *Modelling Uncertainty with Fuzzy Logic.* Springer-Verlag. 2009. ISBN 978-3-540-89923-5.

[6] [4] NOVÁK, V. *Základy fuzzy modelování.* BEN Praha, 2000, ISBN 80-7300-009-1

[7] [5] POKORNÝ,M., KRIŠOVÁ,Z. *Fuzzy stochastická analýza složitých neurčitých soustav, část I – Fuzzy neurčitost náhodné veličiny.* EMI Ekonomika-Management-Inovace. MVŠO Olomouc. ISSN

[8] [6] MÖLLER,B. *Fuzzy Randomness – A Contribution to Imprecise Probability.* WILLEY-VCH ZAMM – Z Mech.84. No.10-14. Str.754-764. 2004

[9] [7] MÖLLER,B.,BEER,M. *Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics.* Springer, 2004, ISBN 3-540-40294-2

Vztah pro fuzzy disperzi fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$ je definován ve tvaru

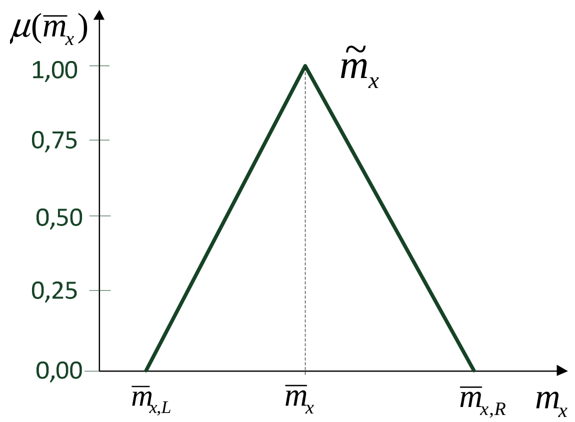
$$\tilde{s}^2_x = D^2\tilde{X} = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} (x - \tilde{\mathrm{m}}_x)^2 . \tilde{f}(x)dx$$

a fuzzy směrodatná odchylka fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$ je dána vztahem

$$\tilde{s}_x = \sqrt{D^2\tilde{X}} = \sqrt{\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} (x - \tilde{\mathrm{m}}_x)^2 . \tilde{f}(x)dx}$$

Číselné parametry fuzzy náhodné veličiny jsou formalizovány ve tvaru fuzzy čísel. Funkce příslušnosti jsou aproximovány lomenými přímkovými úseky [3][10], [4][11] – Obr. 1.

Obrázek 1: Funkce příslušnosti fuzzy střední hodnoty $\tilde{m}_x$



Zdrojem pro specifikaci funkce příslušnosti je výběrový soubor pozorovaných hodnot. Východiskem pro konstrukci funkcí příslušnosti číselných parametrů je pak histogram nebo konfidenční interval. Pro korekci jeho tvaru mohou být použity subjektivní aspekty.

Metoda histogramu

Pozorované hodnoty x_i jsou rozděleny do podmnožin X_k a je sestrojen histogram. Histogram je pak aproximován vhodnou funkcí.

Uvažujme aproximaci lineární funkcí, vedoucí k získání funkce příslušnosti ve tvaru trojúhelníka nebo lichoběžníku. Levá a pravá hranice nosiče funkce příslušnosti je přitom získána jako průsečík levé a pravé aproximační přímky histogramu s osou x. Průsečík levé a pravé aproximační přímky určuje vrchol trojúhelníkové aproximace, v případě lichoběžníkové aproximace vymezují levá a pravá aproximační přímka jádro fuzzy množiny (Obr. 2).

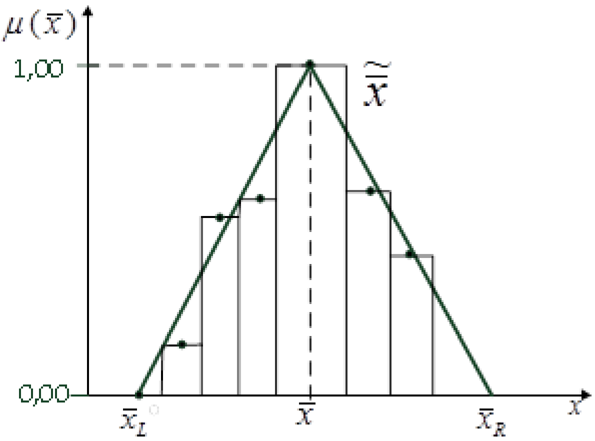
Rovnice levé a pravé aproximační přímky jsou získány metodou nejmenších čtverců minimalizací čtverců diferencí mezi počtem pozorování v k-tém sloupci $n(X_k)$ a funkční hodnotou aproximace $\mu_A(x_{k,m})$, kde $x_{k,m}$ je střed k-tého sloupce

[10] [3] CELIKZILMAZ, A., TURKSEN,B. *Modelling Uncertainty with Fuzzy Logic.* Springer-Verlag. 2009. ISBN 978-3-540-89923-5.

[11] [4] NOVÁK, V. *Základy fuzzy modelování.* BEN Praha, 2000, ISBN 80-7300-009-1

$$\sum_k \left[n(X_k) - \mu_A(x_{k,m}) \right]^2 \rightarrow \min$$

Obrázek 2: Lineární aproximace a transformace histogramu



Ypsilonová souřadnice průsečíku levé a pravé aproximační přímky je normována na hodnotu 1 [6][12].

$$\mu(x_i) = \left[\frac{p(x_i)}{\sup(p(x_i))} \right]^a, \qquad a \in (-\infty, \infty)$$

Pro a = 1 je tvar funkce příslušnosti čistě normalizační. Pro a > 1 se funkce příslušnosti zužuje, pro a < 1 se rozšiřuje. Trojúhelníková funkce příslušnosti může být na úrovni 1 dodatečně modifikována jádrem na funkci lichoběžníkovou nebo dalšími (subjektivními, expertními) podmínkami (Obr. 2).

Metoda konfidenčního intervalu

Za předpokladu existence odhadu typu rozložení pravděpodobnosti náhodné veličiny se problém redukuje na stanovení číselných parametrů rozdělení. Parametry jsou modelovány fuzzy čísly. Střední hodnota je definována bodovým odhadem a meze fuzzy intervalu trojúhelníkového fuzzy čísla jsou vypočítány jako meze pravděpodobnostního intervalu střední hodnoty na hladině významnosti α [1][13], [2][14].

Odhady fuzzifikované střední hodnoty $\tilde{m}_x$ a odhad fuzzifikovaného rozptylu $\tilde{s}_x^2$ jsou stanoveny ve formě fuzzy čísel. Funkce příslušnosti jsou aproximovány lomenými přímkami. Hraniční body - nosič a jádro fuzzy množin - jsou dány parametry

$$\tilde{m}_x \approx [m_{xL}, \overline{m}_x, m_{xR}], \qquad \tilde{s}_x^2 \approx [s_{xL}^2, \overline{s}_x, s_{xR}^2]$$

Význam parametrů je zřejmý z Obr. 1. Hodnoty jader $\overline{m}_x$ a $\overline{s}_x^2$ jsou stanoveny jako střední hodnota a disperse pomocí konvenčních vztahů pro náhodnou veličinu s Gaussovým rozložením

12 [6] MÖLLER,B. *Fuzzy Randomness – A Contribution to Imprecise Probability.* ZAMM – Z Agnew. Match. Mech.84. No.10-14. Str.754-764.WILLEY-VCH. 2004

13 [1] BUDÍKOVÁ,M. *Průvodce základními statistickými metodami.* GRADA Publishing, a.s. 2010. ISBN:978-80-247-3243-5

14 [2] SIEGEL, A. *Practical Business Statistics*, 2011, ISBN: 9780123852083,

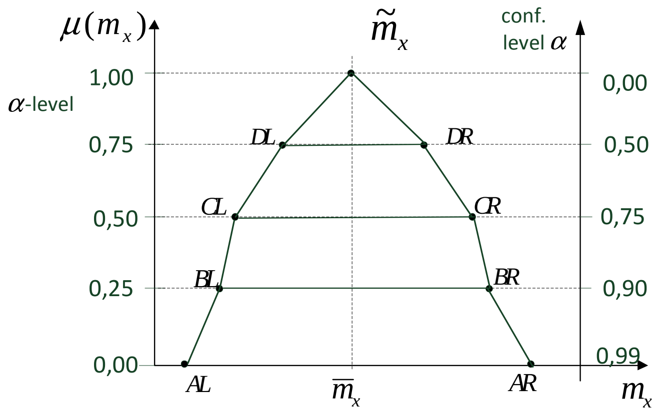
$$\overline{m}_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\overline{s}_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{m}_x)^2$$

Výpočet je třeba provést s použitím fuzzy aritmetiky [8][15], [9][16]. Hodnoty levé a pravé meze nosiče obou fuzzy čísel jsou stanoveny jako levá a pravá mez konfidenčního intervalu odhadu střední hodnoty a rozptylu náhodné veličiny s Gaussovým rozložením na hladině významnosti $\alpha = 0{,}01$ (pravděpodobnost $P = (1-\alpha) = 0{,}99$.

Funkce příslušnosti $\mu(m_x)$ je aproximována lomenými přímkami, Body zlomů jsou dány levými a pravými mezemi konfidenčních intervalů, použitých jako levé a pravé meze α- řezů – Obr. 3

Obrázek 3: Konfidenční intervaly a α-řezy funkce příslušnosti $\mu(m_x)$



Pro konstrukci aproximačních závislostí je třeba mít k dispozici tabulky hodnot kvantilů nebo přímo výpočtovou proceduru pro stanovení mezí konfidenčních intervalů pro vybrané hodnoty hladin významnosti α [2][17].

2.2 Specifikace funkčních charakteristik fuzzy náhodné veličiny

Realizace fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$ jsou fuzzy čísla $\tilde{x}$, proto jsou její parametry rovněž fuzzy čísla a funkční charakteristiky mají formu neurčitého pásma.

Příklad funkce $\tilde{F}(x)$ pro jednorozměrnou fuzzy náhodnou veličinu $\tilde{X}$ nakreslena na Obr. 4. Její funkční hodnoty jsou fuzzy čísla. Šířka neurčitého intervalu

$$\tilde{F}(x) = b - a$$

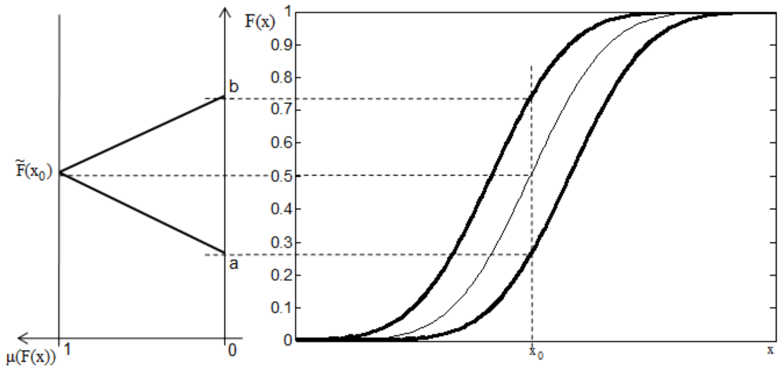
je stupněm fuzzitivity (vágnosti) fuzzy náhodné veličiny $\tilde{X}$. Jestliže $\tilde{F}(x)$ = 0, fuzzy náhodná veličina se stává náhodnou veličinou obyčejnou. Fuzzy náhodnou veličinu tak můžeme chápat jako zobecnění, které zahrnuje obyčejnou náhodnou veličinu a fuzzy veličinu jako speciální případy.

[15] [8] KEPRT,A. Programový systém pro fuzzy aritmetiku s využitím přístupu α-řezů *In EMI – Ekonomika Management - Inovace*. MVŠO Olomouc.

[16] [9] MOLLER,B.,GRAF,W.,BEER,M. Fuzzy Structural Analysis Using α-level Optimization. C*omputational Mechanics,* 26(6), 2000

[17] [2] SIEGEL, A. *Practical Business Statistics*, 2011, ISBN: 9780123852083,

Obrázek 4: Fuzzy distribuční funkce



Pro stanovení fuzzy funkční charakteristiky $\tilde{F}(x)$ je nutný odhad alespoň fuzzy číselných parametrů (střední hodnota $\tilde{m}_x$ a rozptyl $\tilde{s}_x$) a odhad typu distribuce náhodné veličiny.

Funkce rozložení hustoty pravděpodobnosti $\tilde{f}(x)$ a distribuční funkce $\tilde{F}(x)$ pak mohou být specifikovány výpočtem s využitím algebry fuzzy čísel [8][18] pomocí fuzzifikovaných funkčních vztahů pro příslušné rozdělení. Do analytických vztahů (odpovídajících odhadovanému typu rozložení FRV) jsou dosazeny střední hodnota $\tilde{m}_X$ a $\tilde{s}_X^2$ jako fuzzy čísla. Tak např. pro normální rozložení platí

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{\tilde{s}_x\sqrt{2\pi}} \exp - 0{,}5\left(\frac{x-\tilde{m}_x}{\tilde{s}_x}\right)^2$$

$$\tilde{F}(x) = \frac{1}{\tilde{s}_x\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp - 0{,}5\left(\frac{x-\tilde{m}_x}{\tilde{s}_x}\right)^2 dx \qquad)$$

Stanovení tvaru neurčitých funkcí $\tilde{f}(x)$ a $\tilde{F}(x)$ je v této práci provedeno pomocí výpočtu tvaru marginálních hodnot funkce příslušnosti střední hodnoty $\tilde{m}_x \approx [m_{xL}, \overline{m}_x, m_{xR}]$, a rozptylu $\tilde{s}_x^2 \approx [s_{xL}^2, \bar{s}_x, s_{xR}^2]$ - Obr.1a,b. Pro funkci $\tilde{f}(x)$ jsou to marginální průběhy $f(m_{xL}),\ f(\overline{m}_x),\ f(m_{xR})$. Neurčité pásmo funkcí $\tilde{f}(x)$ a $\tilde{F}(x)$ pak získáme jako obalovou křivku těchto marginálních průběhů.

3 Numerický příklad

Efektivita navržené metody byla ověřena na fuzzy-stochastické analýze náhodně vygenerovaného souboru *s* s 15-ti prvky [10][19] náhodné veličiny S = N[3,1]. Takový soubor pochází z náhodné veličiny se známým (normálním) rozložením s malým rozsahem.

s = [2.68053, 2.15374, 3.33467, 1.37664, 2.74401, 2.40678, 4.52252, 2.47141, 4.12337, 2.28214, 4.59856, 4.34608 1.78819 1.63103 2.96888]

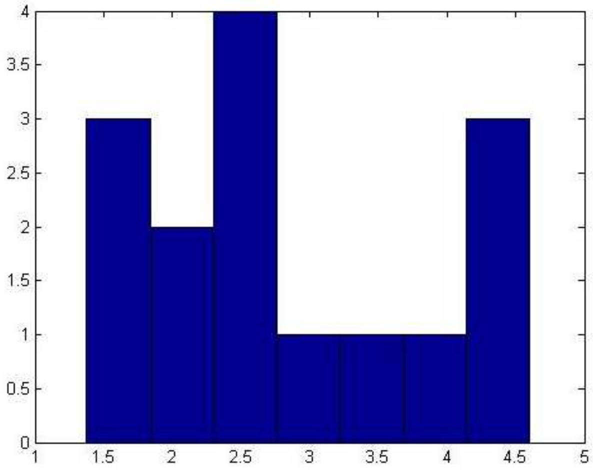
---

[18] [8] KEPRT,A. Programový systém pro fuzzy aritmetiku s využitím přístupu α-řezů *In EMI – Ekonomika Management - Inovace*. MVŠO Olomouc.

[19] [10] ***STATISTICA*** Version 12 . StatSoft Releases Version 12 of STATISTICA Software. On-line in: http://www.statsoft.com/v12.

Výběrové statistické parametry souboru *s* jsou m_X = 2,89 a σ_X^2 = 1,13. Tvar histogramu souboru s [11][20] je uveden na Obr. 5 .

Obrázek 5: Histogram souboru *s*



Tvary funkcí příslušnosti fuzzifikovaných statistických parametrů $\tilde{m}_X$ a $\tilde{\sigma}_X^2$ náhodné veličiny S = N[3,1] ve formě fuzzy čísel byly stanoveny metodou konfidenčních intervalů náhodné veličiny s normálním rozložením a jejich přiřazení α-řezům funkcí příslušností. Přiřazení mezí konfidenčních intervalů a mezí α-řezů je pro $\tilde{m}_x$ pro $\tilde{s}_x^2$ uvedeno v Tab. 1.

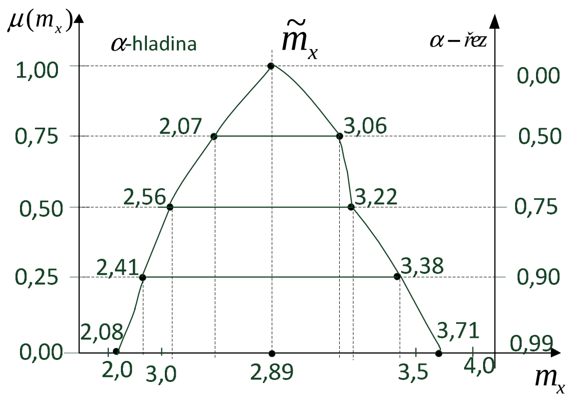
Tabulka 1: Funkce příslušnosti $\tilde{m}_x$ a $\tilde{s}_x^2$

Confidence level α	Membership function α-cut level	L – boundary		R – boundary	
		m_x	$s_{x,L}^2$	$m_{x,R}$	$s_{x,R}^2$
0,99	**0,00**	**2,08**	**0,51**	**3,71**	**3,90**
0,90	0,25	2,41	0,67	3,38	2,42
0,75	0,50	2,56	0,79	3,22	1,92
0,50	0,75	2,07	0,93	3,06	1,56
--	**1,00**	**2,89**	**1,13**	**2,89**	**1,13**

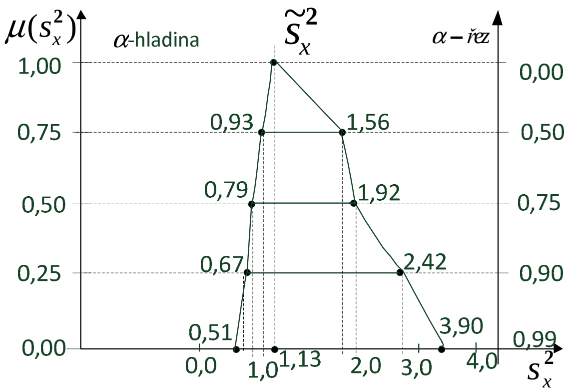
Aproximace funkcí příslušnosti $\tilde{m}_X$ a $\tilde{s}_X^2$ lomenými přímkami jsou uvedeny na Obr. 6 a Obr. 7. Nesymetrie funkcí příslušnosti $\tilde{m}_X$ a $\tilde{s}_X^2$ odpovídají tvaru histogramu na Obr. 5.

20 [11] MATLAB - *The MathWorks-MATLAB and Simulink for Technical Computing. [cit. 2012-07-10].* http://www.mahworks.com

Obrázek 6: Aproximovaná funkce příslušnosti $\tilde{m}_x$ souboru s



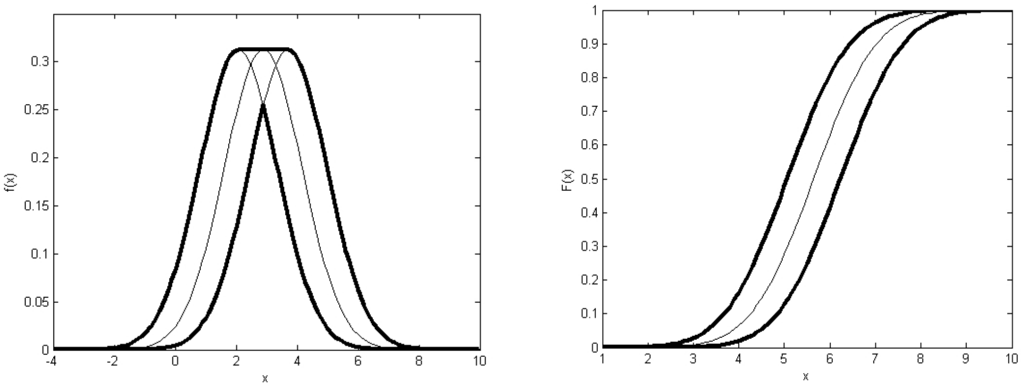
Obrázek 7: Aproximované funkce příslušnosti fuzzy hodnot $\tilde{m}_x$ a $\tilde{s}_x^2$ souboru s



Výběrový statistický soubor *s* má malý rozsah, proto je možno předpokládat, že nese vlastnosti vágnosti. Funkce rozložení hustoty pravděpodobnosti $\tilde{f}(x)$ a distribuční funkce $\tilde{F}(x)$ jsou proto formalizovány s pásmem neurčitosti, v němž se mohou hodnoty funkcí nacházet.

Stanovení tvaru neurčitých funkcí $\tilde{f}(x)$ a $\tilde{F}(x)$ náhodné veličiny S = N[3,1] je provedeno pomocí výpočtu tvaru marginálních hodnot funkce příslušnosti střední hodnoty $\tilde{m}_x \approx [m_{xL}, \overline{m}_x, m_{xR}]$. Pro funkci $\tilde{f}(x)$ jsou to marginální průběhy $f(m_{xL}), f(m_{xR})$. Neurčité pásmo funkcí $\tilde{f}(x)$ a $\tilde{F}(x)$ pak získáme jako obalovou křivku těchto marginálních průběhů. Fuzzy funkční závislosti $\tilde{f}(x)$ a $\tilde{F}(x)$ náhodné veličiny S = N[3,1] jsou nakresleny na Obr. 8. Marginální křivky charakteristik vymezují neurčité pásmo, v němž se mohou charakteristiky nacházet.

Obrázek.8: Fuzzy funkční závislosti $\widetilde{f}(x)$ a $\widetilde{F}(x)$ fuzzy náhodné veličiny S = N[3,1]



Význam neurčitého pásma se projeví zvláště v případech, kdy srovnáváme vlastnosti několika fuzzy náhodných veličin.

4 Diskuze

Statistické metody jsou schopny reflektovat pouze neurčitost typu stochastičnost. Nepřesná, nespolehlivá data, neurčitosti, které nemohou být popsány nebo jsou nedostatečně popsány statisticky, mohou být vzaty v úvahu pouze přibližně. Z toho plyne, že konvenční metody statistické analýzy mohou být použity pouze často pouze v omezeném rozsahu.

V řadě analýz praktických systémů z oblasti společenských věd je třeba použít přístupu integrovaného – fuzzy stochastického – a formalizovat proměnné fuzzy náhodné. Fuzzy náhodné veličiny sice částečně vykazují stochastický charakter, nemohou však být bez jakýchkoliv pochyb zpracovány metodami čistě statistickými, neboť jejich stochastičnost je doprovázena a narušena fuzzitivitou. Fuzzy náhodnou veličinu lze chápat jako náhodnou veličinu, jejíž rozsah výběrových souborů je malý s absencí dodatečných apriorních informací o statistických vlastnostech měřené veličiny, statistická data mají vlastnost fuzzitivity, tj. mají pochybnou přesnost nebo konečně statistická data byla získána v neurčitých, nedefinovaných nebo nereprodukovaných podmínkách.

Pro odhady charakteristik takových fuzzy náhodných veličin lze použít statistických metod, které jsou ale rozšířeny zahrnutím neurčitosti (fuzzitivnosti) náhodných dat. Zpracování fuzzy stochastické neurčitosti využívá přístupů teorie fuzzy náhodných veličin. Využívá hlavně objektivních informací, subjektivní informace jsou rovněž využitelné.

Příspěvek obsahuje problematiku stanovení funkčních i číselných charakteristik fuzzy náhodné veličiny a uvádí numerický příklad.

Poděkování

Tento příspěvek vznikl s finanční podporou a v rámci řešení projektu GAČR P403/12/1811: Vývoj nekonvenčních modelů manažerského rozhodování v podnikové ekonomice a veřejné ekonomii.

LITERATURA

[1] BUDÍKOVÁ,M. *Průvodce základními statistickými metodami.* GRADA Publishing, a.s. 2010. ISBN:978-80-247-3243-5

[2] SIEGEL, A. *Practical Business Statistics*, 2011, ISBN: 9780123852083,

[3] CELIKZILMAZ,A., TURKSEN,B. *Modelling Uncertainty with Fuzzy Logic.* Springer-Verlag. 2009. ISBN 978-3-540-89923-5.

[4] NOVÁK,V. *Základy fuzzy modelování.* BEN Praha, 2000, ISBN 80-7300-009-1

[5] POKORNÝ,M., KRIŠOVÁ,Z. Fuzzy stochastická analýza složitých neurčitých soustav, část I – Fuzzy neurčitost náhodné veličiny. EMI Ekonomika-Management-Inovace. MVŠO Olomouc.

[6] MÖLLER,B. *Fuzzy Randomness – A Contribution to Imprecise Probability.* ZAMM – Z Agnew. Match. Mech.84. No.10-14. Str.754-764.WILLEY-VCH. 2004

[7] MÖLLER,B.,BEER,M. Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics. Springer, 2004, ISBN 3-540-40294-2

[8] KEPRT,A. Programový systém pro fuzzy aritmetiku s využitím přístupu α-řezů *In EMI - Ekonomika - Management - Inovace*. MVŠO Olomouc.

[9] MOLLER,B.,GRAF,W.,BEER,M. Fuzzy Structural Analysis Using α-level Optimization. *Computational Mechanics,* 26(6), 2000

[10] *STATISTICA* Version 12 . StatSoft Releases Version 12 of STATISTICA Software. On-line in: http://www.statsoft.com/v12.

[11] MATLAB - The MathWorks-MATLAB and Simulink for Technical Computing. [cit. 2012-07-10]. http://www.mathworks.com